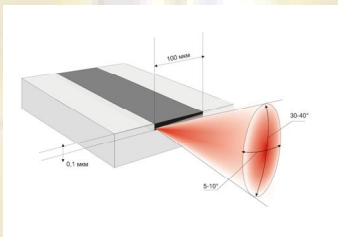


Скоростные уравнения (Rate equations)

Составление скоростных уравнений

Простейшая модель

- J средняя плотность тока накачки
- n средняя концентрация носителей в активной области
- S средняя концентрация фотонов в активной области
(средняя интенсивность излучения)



Составление скоростных уравнений

Носители заряда

Стационарный режим:

Скорость накачки = скорость рекомбинации

$$\frac{J}{ed} = r$$

Нестационарный режим:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{J}{ed} - r$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{J}{ed} - r_{sp} - Sr_{st}$$

$$r_{sp} = Bn^2 = \frac{n}{\tau_s}, \quad \tau_s = \frac{1}{Bn}$$

$$\frac{dn}{dt} = \frac{J}{ed} - \frac{n}{\tau_s} - \frac{c}{N_{eff}} g(n) S$$

$$r_{st} \sim \text{gain} \quad r_{st} = \frac{c}{N_{eff}} g(n)$$

$$r_{st} = A(n - n_t)$$

Составление скоростных уравнений

ФОТОНЫ

Стационарный режим:

Полная вероятность излучения = скорость рекомбинации $\frac{S}{\tau_p} = r$

Нестационарный режим:

Γ - коэф. оптического ограничения
 β - коэф. спонтанного излучения
 n_t - концентрация прозрачности

$$\frac{dS}{dt} = r - \frac{S}{\tau_p}$$

A - линейный коэффициент усиления

τ_s - время спонтанного излучения

τ_p - время жизни фотонов в резонаторе

$$\frac{dS}{dt} = \Gamma(r_{sp} + Sr_{st}) - \frac{S}{\tau_p}$$

$$\frac{dS}{dt} = \Gamma \frac{c}{N_{eff}} g(n) S + \Gamma \beta \frac{n}{\tau_s} - \frac{S}{\tau_p}$$

Скоростные уравнения

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Gamma A(n - n_t) S + \Gamma \beta \frac{n}{\tau_s} - \frac{S}{\tau_p} \\ \frac{dn}{dt} = \frac{J}{ed} - \frac{n}{\tau_s} - A(n - n_t) S \end{cases}$$

Γ - коэф. оптического ограничения
 β - коэф. спонтанного излучения
 n_t - концентрация прозрачности
 A - линейный коэффициент усиления
 τ_s - время спонтанного излучения
 τ_p - время жизни фотонов в резонаторе

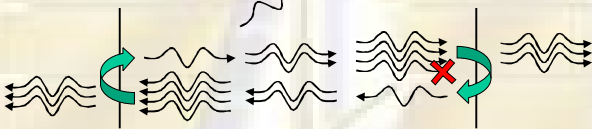
Времена жизни

Спонтанное:

$$\tau_s = \frac{1}{Bn} \quad \tau_s \sim 1 \text{ нс}$$

Фотонов в резонаторе:

если $n \sim n_t$, тогда: $\frac{dS}{dt} \approx \frac{S}{\tau_p} \Rightarrow S = S_0 e^{-t/\tau_p}$



$$t_r = \frac{2LN_{eff}}{c} \quad S(t_r) = S_0 e^{-\frac{2LN_{eff}}{c\tau_p}} = S_0 e^{-2L\alpha_{in} R^2}$$

$$\frac{1}{\tau_p} = \frac{c}{N_{eff}} \left(\alpha_{in} + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R} \right) \quad \tau_p \sim 1 \text{ пс}$$

$L \uparrow \rightarrow \tau_p \uparrow$
 $\alpha_{in} \uparrow \rightarrow \tau_p \downarrow$
 $R \uparrow \rightarrow \tau_p \uparrow$

Скоростные уравнения для лазеров на основе квантовых точек

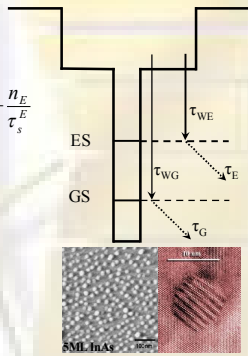
$$\frac{\partial n_W}{\partial t} = \frac{J}{ed} + \gamma \frac{n_E}{\tau_E} f_W' - \frac{n_W}{\tau_0} f_E' - \frac{n_W}{\tau_s}$$

$$\frac{\partial n_E}{\partial t} = \gamma \frac{n_W}{\tau_0} f_E' - \frac{n_E}{\tau_E} f_W' - \frac{n_E}{\tau_0} f_G' + \frac{n_G}{\tau_E} f_E' - \frac{n_E}{\tau_s}$$

$$\frac{\partial n_G}{\partial t} = \frac{n_E}{\tau_0} f_G' - A(n_G - n_r)S - \frac{n_G}{\tau_G} f_E' - \frac{n_G}{\tau_s}$$

$$\frac{\partial S}{\partial t} = \Gamma A(n_G - n_r)S + \Gamma \beta \frac{n_G}{\tau_s} - \frac{S}{\tau_p}$$

...где f - фактор заполнения



Стационарное решение СУ

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \Gamma A(n - n_r)S + \Gamma \beta \frac{n}{\tau_s} - \frac{S}{\tau_p} = 0 \\ \frac{dn}{dt} = \frac{J}{ed} - \frac{n}{\tau_s} - A(n - n_r)S = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Gamma A(n - n_r)S = \frac{S}{\tau_p} - \Gamma \beta \frac{n}{\tau_s} \\ A(n - n_r)S = \frac{J}{ed} - \frac{n}{\tau_s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = \Gamma \tau_p \left(\frac{J}{ed} - \frac{n}{\tau_s} \right) \\ \Gamma A(n - n_r) \tau_p \left(\frac{J}{ed} - \frac{n}{\tau_s} \right) = \frac{J}{ed} - \frac{n}{\tau_s} \end{cases}$$

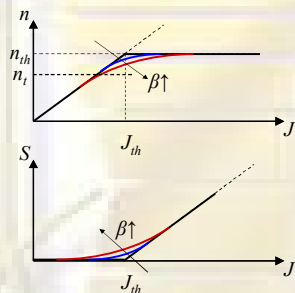
$$\begin{cases} n = \frac{J \tau_s}{ed} \\ n = n_r + \frac{1}{\Gamma A \tau_p} \\ S = 0 \\ S = \frac{\Gamma \tau_p}{ed} \left(J - \frac{ed}{\tau_s} \left(n_r + \frac{1}{\Gamma A \tau_p} \right) \right) \end{cases}$$

Стационарное решение СУ

$$\begin{cases} n = \frac{J \tau_s}{ed} \\ n = n_r + \frac{1}{\Gamma A \tau_p} \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = 0 \\ S = \frac{\Gamma \tau_p}{ed} \left(J - \frac{ed}{\tau_s} \left(n_r + \frac{1}{\Gamma A \tau_p} \right) \right) \end{cases}$$

$$J_{th} = \frac{ed}{\tau_s} \left(n_r + \frac{1}{\Gamma A \tau_p} \right) = \frac{ed}{\tau_s} n_{th}$$



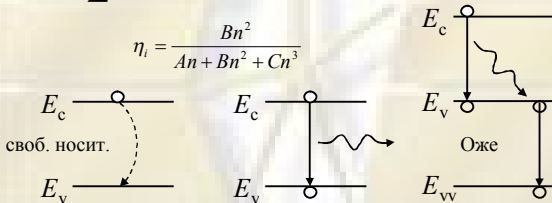
Эффективность лазера

$$J \rightarrow J\tilde{\eta}\eta_i \Rightarrow S = \tilde{\eta}\eta_i\Gamma \frac{\tau_p}{ed}(J - J_{th})$$

$$\tilde{\eta} = \frac{J_{active}}{J_{total}} \quad \text{Эффективность накачки}$$

$$\eta_i = \frac{\sum \text{photons}}{\sum \text{electrons}} \quad \text{Внутренняя квантовая эффективность}$$

$$\eta_i = \frac{Bn^2}{An + Bn^2 + Cn^3}$$



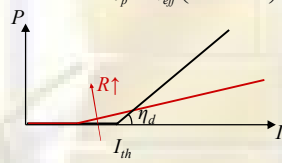
Эффективность лазера

$$S = \tilde{\eta}\eta_i\Gamma \frac{\tau_p}{ed}(J - J_{th}) \quad P^{(1/2)} = \frac{1}{2} S \hbar\omega \frac{c}{N_{eff}} \frac{V}{\Gamma L} \ln \frac{1}{R}$$

$$P^{(1/2)} = \frac{1}{2} \hbar\omega \frac{c}{N_{eff}} \frac{V}{\Gamma L} \ln \frac{1}{R} \tilde{\eta}\eta_i\Gamma \frac{\tau_p}{ed}(J - J_{th}) \quad \frac{1}{\tau_p} = \frac{c}{N_{eff}} \left(\alpha_m + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R} \right)$$

$$I = JWL = J \frac{V}{d}$$

$$P^{(1/2)} = \frac{1}{2} \tilde{\eta}\eta_i \frac{\hbar\omega}{e} \frac{1}{\alpha_m + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R}} (I - I_{th})$$

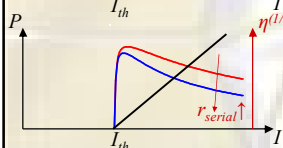
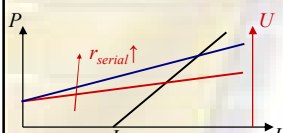
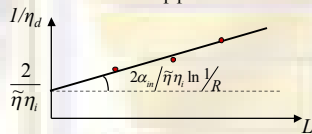


Дифференциальная эффективность: $\eta_d = \frac{P^{(1/2)}}{\hbar\omega (I - I_{th})} = \frac{1}{2} \tilde{\eta}\eta_i \frac{1}{\alpha_m + \frac{1}{L} \ln \frac{1}{R}} = \frac{1}{2} \frac{\tilde{\eta}\eta_i \alpha_{out}}{\alpha_m + \alpha_{out}}$

Эффективность лазера

$$\frac{1}{\eta_d} = \frac{2}{\tilde{\eta}\eta_i} \left(1 + \frac{\alpha_m L}{\ln \frac{1}{R}} \right)$$

Измерение внутренней квантовой эффективности:



КПД:

$$\eta^{(1/2)} = \frac{P^{(1/2)}}{I \left(\frac{\hbar\omega}{e} + I r_{serial} \right)} = \frac{\eta_d \frac{\hbar\omega}{e} (I - I_{th})}{I \left(\frac{\hbar\omega}{e} + I r_{serial} \right)}$$
